Lektionen zur Vektorrechnung

in Aufgaben

Diese Datei kann auch als PDF-Datei heruntergeladen werden. Download ....

Es handelt sich um " Basisaufgaben " der (affinen) Geometrie, wie sie im Abitur des Gymnasiums in Baden-Württemberg ab 2004 vorausgesetzt werden.

1. Lektion: Zwei Grundregeln, Parallelogramm, Koordinatensystem

Vorübung: Gegenvektor, Addition und Subtraktion von Vektoren.

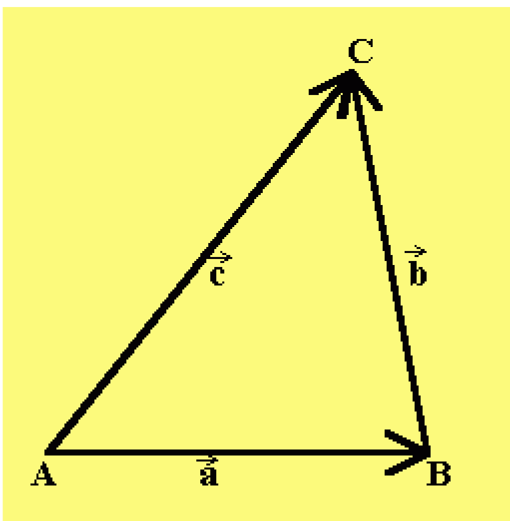
Achte stets auf das richtiges Vorzeichen!

a) Drücke $\vec{AB}$ und $\vec{BA}$ durch $\vec{a}$ aus.

b) Drücke $\vec{AC}$ durch $\vec{a}$ und $\vec{b}$ aus!

c) Drücke $\vec{AB}$ durch $\vec{b}$ und $\vec{c}$ aus!

d) Drücke $\vec{BC}$ durch $\vec{a}$ und $\vec{c}$ aus!



1. Aufgabe: Zwei Grundprobleme. In jeder Situation anzuwenden!

a) Wie berechnet man den Vekor aus zwei Punkten.

b) An einen Punkt wird ein Vektor angesetzt. Wie berechnet man den Endpunkt.

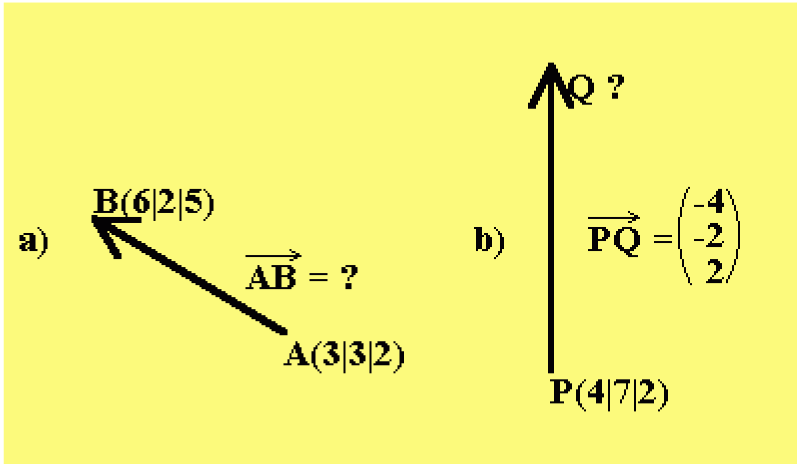
Beispiel:

a) Gegeben A(3|3|2) und B(6|2|5).

Bestimme $\vec{a} = \overrightarrow{AB}$!

b) Gegeben P(4|7|2) und $\vec{v} = \overrightarrow{PQ} = \begin{vmatrix} -4 \\ -2 \\ 2 \end{vmatrix}$.

Bestimme Q!



2. Aufgabe: Gegeben sind die Punkte A(8|0|2), B(4|6|2) und C(2|9|7).

a) Berechne D so, dass ABCD ein Parallelogramm ist und zeichne das Parallelogramm in ein Koordinatensystem ein.
Beachte den Umlaufsinn des Parallelogramms: Verwechsle nicht das Parallelogramme ABCD mit dem Parallelogramm ABDC!

b) M sei die Mitte von AC. Berechne M und prüfe ob $\overrightarrow{BM} = \overrightarrow{MD}$ ist.

c) Es sei $\vec{u} = \overrightarrow{AB}$ und $\vec{v} = \overrightarrow{AC}$. Stelle $\overrightarrow{BM}$ als Linearkombination von $\vec{u}$ und $\vec{v}$ dar!

d) Bestimme S so, dass $\overrightarrow{AS} = \begin{vmatrix} -8 \\ 0 \\ 5 \end{vmatrix}$ ist.

Ergänze Deine Zeichnung zu einer Pyramide mit der Grundfläche ABCD und der Spitze S!

Lösungen

2. Lektion: Linearkombination, linear unabhängig, Standardbasis

Vorübung:

Stelle zeichnerisch und rechnerisch den Vektor $\vec{a} = \begin{vmatrix} 5 \\ 7 \\ 4 \end{vmatrix}$

als Linearkombination von $\vec{e}_1 = \begin{vmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{vmatrix}$, $\vec{e}_2 = \begin{vmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{vmatrix}$ und $\vec{e}_3 = \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{vmatrix}$ dar.

(Man nennt $\{\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3\}$ **Standardbasis**.)

1. Aufgabe: Prüfe jeweils, ob die beiden Vektoren linear abhängig sind!
Dieses Wissen benötigst Du, wenn Du prüfen willst, ob zwei Vektoren, zwei Geraden oder zwei Ebenen parallel sind.
(Ohne viel zu üben siehst Du das mit einem Blick.)

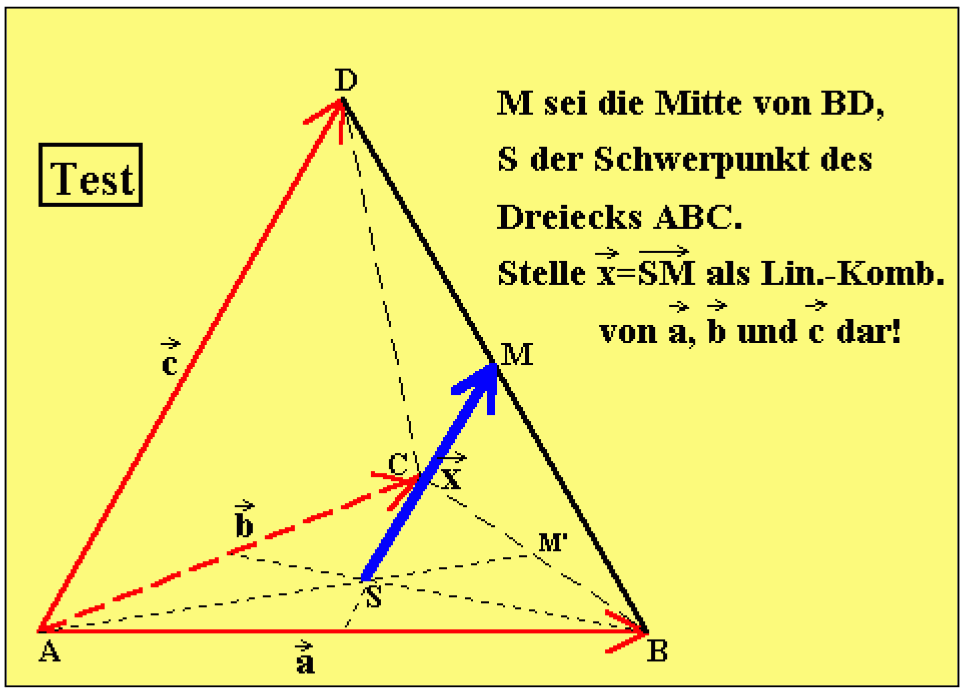
a) $\vec{a} = \begin{vmatrix} -1 \\ 2 \\ -1 \end{vmatrix}$ $\vec{b} = \begin{vmatrix} 2 \\ -4 \\ 2 \end{vmatrix}$ b) $\vec{u} = \begin{vmatrix} 6 \\ -4 \\ 2 \end{vmatrix}$ $\vec{v} = \begin{vmatrix} -9 \\ 6 \\ -3 \end{vmatrix}$ c) $\vec{p} = \begin{vmatrix} 4 \\ 3 \\ 2 \end{vmatrix}$ $\vec{q} = \begin{vmatrix} 8 \\ 6 \\ 3 \end{vmatrix}$

2. Aufgabe: Prüfe jeweils, ob die drei Vektoren linear abhängig sind!

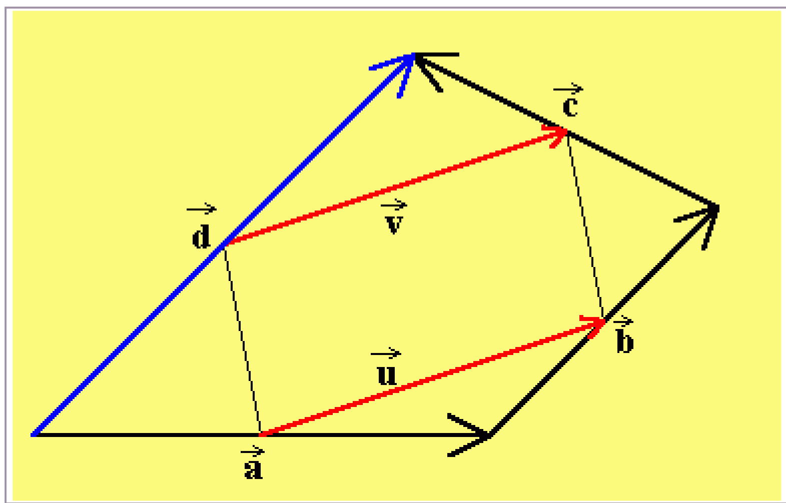
Sind in **R** ^{3} drei Vektoren linear unabhängig, dann bilden sie eine **Basis**, d.h. jeder Vektor kann als Linearkombination dieser drei Vektoren dargestellt werden und diese Darstellung ist eindeutig.
Eine Basis benötigt man, wenn man Vektoren durch ihre Koordinaten darstellen will. Hier sind zum Beispiel die Koordinaten eines Vektors bezüglich der Standardbasis angegeben. Seit A. Einstein wissen wir, dass Länge und Winkel vom Beobachter abhängen. Deshalb wird der Begriff *Basis* ohne Länge und Winkel definiert. Nach Einführung des Skalarprodukts kann man auch *Orthogonalbasen* definieren.

a) $\vec{a} = \begin{vmatrix} 0 \\ -6 \\ 0 \end{vmatrix}$ $\vec{b} = \begin{vmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{vmatrix}$ $\vec{c} = \begin{vmatrix} 2 \\ -4 \\ 2 \end{vmatrix}$ b) $\vec{u} = \begin{vmatrix} 0 \\ -1 \\ 2 \end{vmatrix}$ $\vec{v} = \begin{vmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \end{vmatrix}$ $\vec{w} = \begin{vmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{vmatrix}$

3. Aufgabe:



4. Aufgabe:



Die Vektoren $\vec{u}$ und $\vec{v}$ verbinden die Seitenmitten des Vierecks.

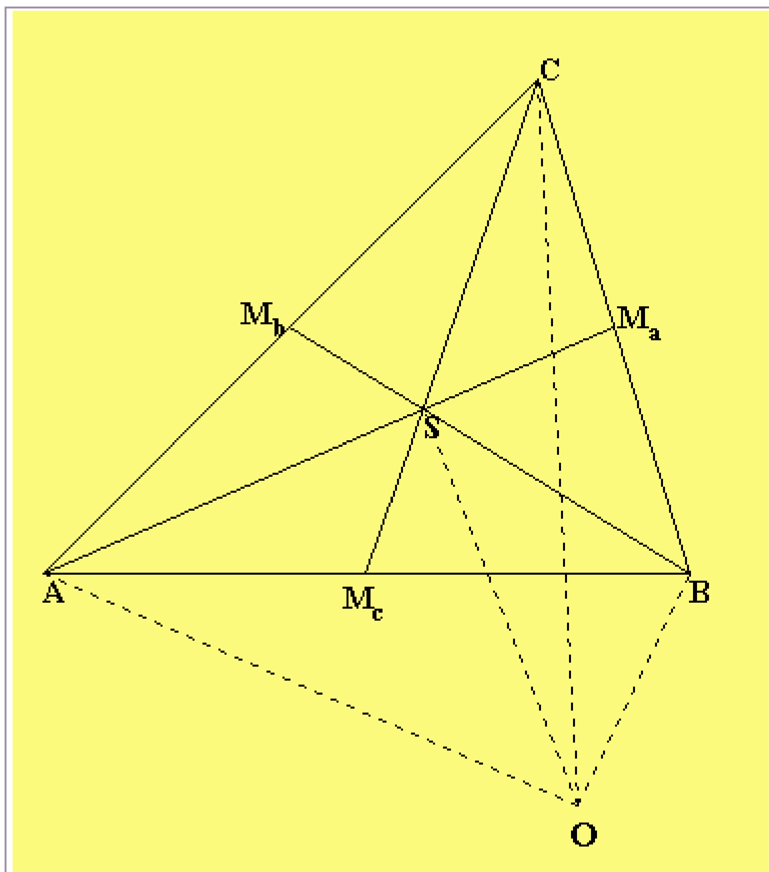
a) Stelle $\vec{u}$ und $\vec{v}$ als Linearkombination von $\vec{a}$, $\vec{b}$ und $\vec{c}$ dar und zeige: $\vec{u} = \vec{v}$.

b) Beweise damit:

Verbindet man in einem Viereck die Mittelpunkte benachbarter Seiten, so entsteht ein Parallelogramm.

Lösungen

3. Lektion: Mitte, Schwerpunkt



1. Aufgabe:
M_a, M_b und M_c seien die Seitenmitten des Dreiecks und S der Schwerpunkt.

Kleinbuchstaben mit Pfeil bezeichnen

Ortsvektoren:

$\vec{a} = \overrightarrow{OA}$, $\vec{b} = \overrightarrow{OB}$, $\vec{c} = \overrightarrow{OC}$, $\vec{s} = \overrightarrow{OS}$ u.s.w.

a) Beweise! $\vec{m}_a = \overrightarrow{OM}_a = \frac{1}{2}(\vec{b} + \vec{c})$

("Mitte = Mittelwert")

b) Beweise! $\vec{s} = \overrightarrow{OS} = \frac{1}{3}(\vec{a} + \vec{b} + \vec{c})$

("Schwerpunkt = Mittelwert")

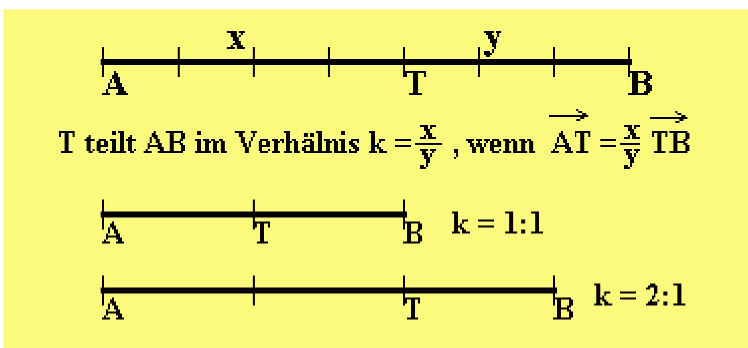
2. Aufgabe: Berechne die Seitenmitten und den Schwerpunkt des Dreiecks A(-2|1|3) B(2|-3|-5) C(-6|-5|-1)!

Lösungen

4. Lektion: Teilverhältnis

Es gibt verschiedene Definitionen des Teilverhältnisses, die sich leider unterscheiden. Hier wird das Teilverhältnis so verwendet, dass gilt:

- Die Mitte teilt eine Strecke im Verhältnis 1:1.
- Der Schwerpunkt teilt die Seitenhalbierenden im Verhältnis 2:1.



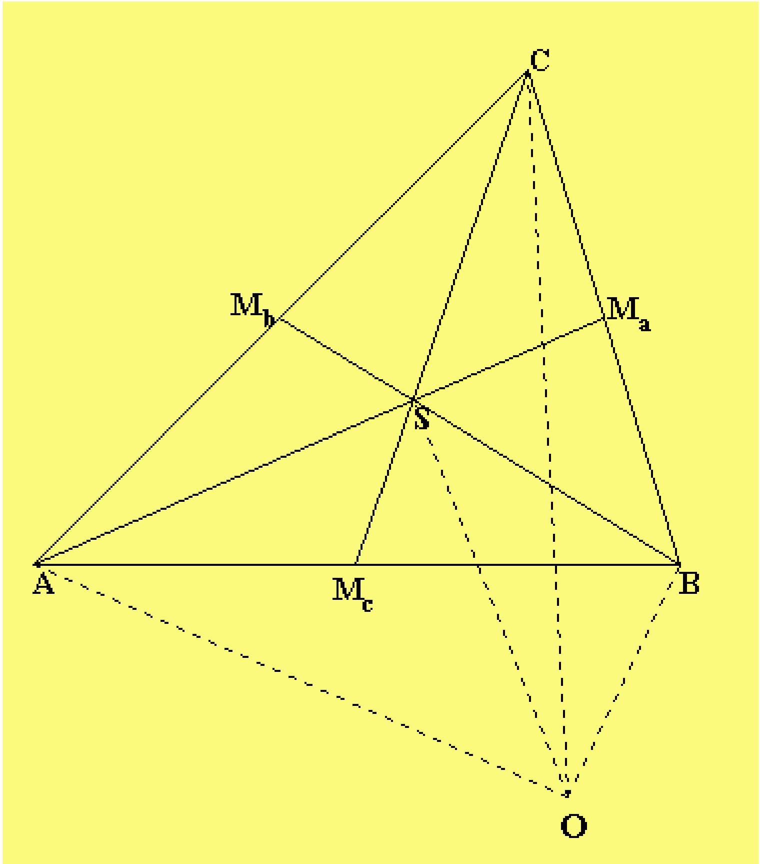
Oft betrachtet man das Verhältnis von AT zur **ganzen** Strecke AB. Dann gilt:

Für die Mitte (x=1, y=1) $\vec{AT} = \vec{TB} \Rightarrow \vec{AT} = \frac{1}{2}\vec{AB}$.

Für den Schwerpunkt (x=2, y=1) $\vec{AT} = 2\vec{TB} \Rightarrow \vec{AT} = \frac{2}{3}\vec{AB}$

Allgemein $\vec{AT} = \frac{x}{y}\cdot\vec{TB} \Rightarrow \vec{AT} = \frac{x}{x+y}\cdot\vec{AB}$

Zum Beispiel: $k=\frac{4}{3}$ (x=4, y=3 siehe erste Zeichnung) $\vec{AT} = \frac{4}{3}\vec{TB}$ und $\vec{AT} = \frac{4}{7}\vec{BT}$



1. Aufgabe:

a) im nebenstehen Dreieck ist A(-1|1|-1) und M_a(2|-2|-4). Berechne daraus den Schwerpunkt S!

b) Zusätzlich sei noch B(5|-3|-3) gegeben. Berechne M_c!

c) Berechne mit Hilfe von M_c und S (siehe Teil a und b) den Punkt C!

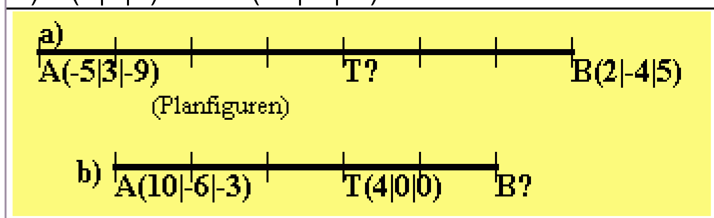
d) Berechne zur Kontrolle mit Hilfe von B (siehe Teil b) und M_a den Punkt C!

Nebenstehend nur Planfigur.
(Diese können den Sachverhalt meistens wesentlich besser veranschaulichen als maßstabsgerechte Figuren.)

2.Aufgabe:

a) T teilt A(-5|3|-9)B(2|-4|5) im Verhältnis 4:3. Berechne T!

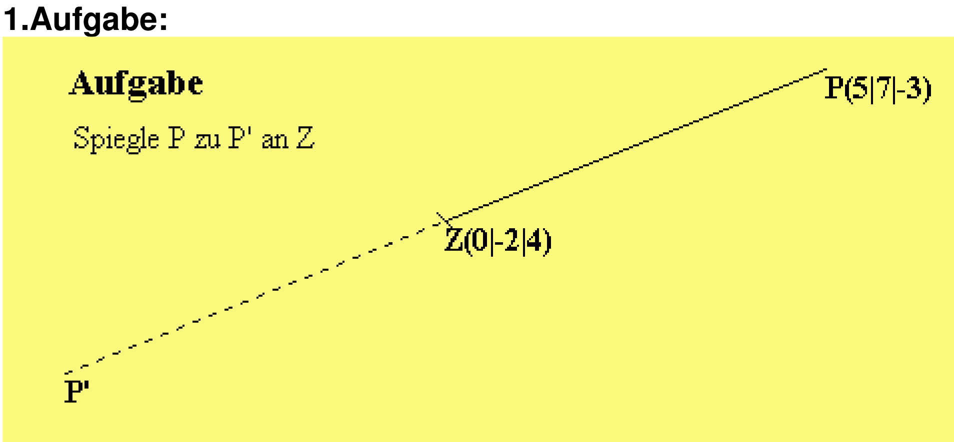
b) T(4|0|0) teilt A(10|-6|-3)B im Verhältnis 3:2. Berechne B.



Lösungen

5. Lektion: Punktspiegelung

1.Aufgabe:



2. Aufgabe:(Kenntnis der Geradengleichung aus Lektion 11 wird vorausgesetzt)

Spiegle die Gerade g: $\vec{x} = \begin{vmatrix} 1 \\ -2 \\ 3 \end{vmatrix} + t\cdot\begin{vmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{vmatrix}$ an Z(4|-3|2)

3. Aufgabe:

Spiegle die Ebene E: $2x_1 + 3x_2 - 2x_3 = 4$ an Z(0|3|-4)!

Es wird die Kenntnis von Lektion 21: Ebene vorausgesetzt und dass alle Ebenen mit demselben Normalenvektor parallel sind.

Lösungen

11. Lektion: Gerade, Schnittpunkt, parallel, windschief

1. Aufgabe: Stelle die Gleichung (genauer die Parameterform) der Geraden g durch A(-4|1|3)und B(2|-1|2)und prüfe, ob der Punkt P(-10|3|4)oder der Punkt Q(-10|3|3)auf g liegt.

2. Aufgabe:

Gegeben ist g: $\vec{x} = \begin{vmatrix} -4 \\ 1 \\ 3 \end{vmatrix} + t \cdot \begin{vmatrix} 6 \\ -2 \\ -1 \end{vmatrix}$ und h: $\vec{x} = \begin{vmatrix} -10 \\ 3 \\ 4 \end{vmatrix} + t \cdot \begin{vmatrix} -12 \\ 4 \\ 2 \end{vmatrix}$

a) Zeige: g und h sind parallel.

b) Zeige: g und h sind sogar identisch.

3. Aufgabe: Untersuche die gegenseitige Lage der Geraden g und h.

a) für g: $\vec{x} = \begin{vmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{vmatrix} + s \begin{vmatrix} 2 \\ 1 \\ -2 \end{vmatrix}$ und h: $\vec{x} = \begin{vmatrix} -2 \\ 2 \\ 0 \end{vmatrix} + s \begin{vmatrix} 1 \\ -2 \\ 2 \end{vmatrix}$

b) für g = (AB)und h=(CD) mit A(1|0|-1), B(2|2|1), C(1|2|3) und D(-1|-2|-3).

Lösungen

12. Lektion: Gerade und Teilverhältnis

Aufgabe: Zeige T(-1|2|0) liegt auf der Strecke (AB) mit A(-6|7|-5) und B(2|-1|3).

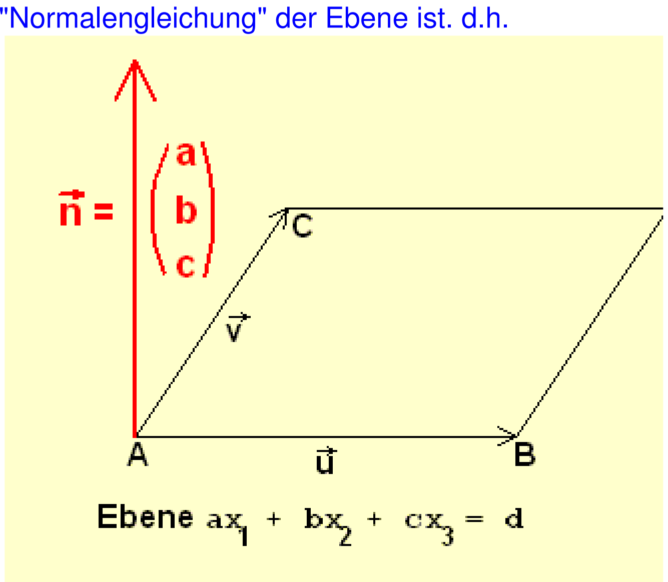
In welchem Verhältnis teilt T die Strecke AB?

Lösungen

21. Lektion: Ebene, Parameterform und Koordinatengleichung

Aufgabe: Berechne die Koordinatengleichung $ax_1 + bx_2 + cx_3 = d$ der Ebene:

Hinweis: Es wird sich nach Einführung des Skalarproduktes herausstellen, dass die Koordinatengleichung $ax_1 + bx_2 + cx_3 = d$ eine "Normalengleichung" der Ebene ist. d.h.



Der Vektor $\vec{n} = \begin{vmatrix} a \\ b \\ c \end{vmatrix}$ steht senkrecht auf E

($\vec{n}$ ist ein "Normalenvektor" von E).

$\vec{u} = \overrightarrow{AB}$ und $\vec{v} = \overrightarrow{AC}$ sind Richtungsvektoren von E.

In dieser Darstellung wird die Ebene durchschaubarer im Hinblick auf Parallelität und Orthogonalität.

a) E: $\vec{x} = \begin{vmatrix} 4 \\ 2 \\ 3 \end{vmatrix} + s \begin{vmatrix} -3 \\ -1 \\ 2 \end{vmatrix} + t \begin{vmatrix} -5 \\ -4 \\ 1 \end{vmatrix}$

b) E = Ebene durch A(-1|3|-4) B(2|-5|3) und C(1|-3|2)

Lösungen

22. Lektion: Schnittpunkt Ebene-Gerade

Aufgabe: Bestimme, falls vorhanden, den Schnittpunkt der Ebene E mit der Geraden g.

a) E: $2x_1 + 4x_2 + 3x_3 = 1$ g: $\vec{x} = \begin{vmatrix} 3 \\ -1 \\ -1 \end{vmatrix} + t \cdot \begin{vmatrix} 3 \\ -1 \\ -1 \end{vmatrix}$

b) E: $x_1 - 4x_3 = 10$ (parallel zur x_2-Achse) g: $\vec{x_2} = t \cdot \begin{vmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{vmatrix}$ (die x_2-Achse)

c) g: $\vec{x} = \begin{vmatrix} 2 \\ 2 \\ 1 \end{vmatrix} + s \cdot \begin{vmatrix} 3 \\ 1 \\ -1 \end{vmatrix}$ E: $\vec{x} = \begin{vmatrix} 6 \\ 2 \\ -2 \end{vmatrix} + s \cdot \begin{vmatrix} 3 \\ 0 \\ -2 \end{vmatrix} + t \cdot \begin{vmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \end{vmatrix}$

Lösungen

23. Lektion: Schnittgerade von zwei Ebenen

Aufgabe: Bestimme, falls möglich, die Schnittgerade der beiden Ebenen.

a) E_1: $2x_1 + 11x_2 + 4x_3 = 1.$ E_2: $x_1 + 6x_2 + x_3 = 4$

b) E_1: $2x_1 - 2x_2 + x_3 = 0$ E_2: $-2x_1 + 2x_2 - x_3 = 1$

c) $E_1: \vec{x} = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} -1 \\ -2 \\ 4 \end{pmatrix}$ $\quad E_2: \vec{x} = \begin{pmatrix} 6 \\ 2 \\ -2 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 4 \\ 5 \\ -2 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$

Lösungen

24. Lektion: Spurpunkte und Spurgeraden einer Ebene

Aufgabe: Berechne die Spurpunkte (= Schnittpunkte mit den Koordinatenachsen) und die Spurgeraden (= Schnittgeraden mit den Koordinatenebenen) der Ebene

a) $E: 2x_1 + 3x_2 + 4x_3 = 12$ $\qquad$ b) $E: -2x_1 + 3x_2 + 4x_3 = 12$

und zeichne sie in ein Koordinatensystem ein.

Lösungen

31. Lektion: Die beiden Definitionen des Skalarprodukts

Hinweis: Hier findest Du einen Crashkurs zur Einführung des Skalarprodukts (Ziel: Abstandsberechnungen).
Viele Rechnungen kann man mit TTMathe kontrollieren (Einfache Bedienung garantiert!)

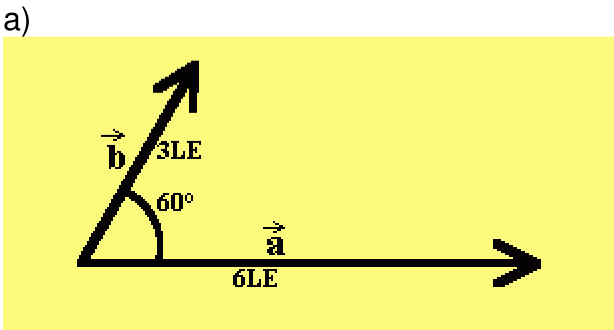
Vorübung: Berechne!

a) Den Betrag $a = |\vec{a}|$ des Vektors $\vec{a} = \begin{pmatrix} 5 \\ -4 \\ 3 \end{pmatrix}$

b) Den Abstand der Punkte P(4|-3|-6) Q(6|5|-10)

Aufgabe: Berechne jeweils das Skalarprodukt der beiden Vektoren!

a)



b) $\vec{a} = \begin{pmatrix} -4 \\ 7 \\ -2 \end{pmatrix}$ und $\vec{b} = \begin{pmatrix} -3 \\ -2 \\ -5 \end{pmatrix}$

Lösungen

32. Lektion: Orthogonalität

1. Aufgabe: Prüfe auf Orthogonalität!

a) Die Vektoren $\vec{a} = \begin{pmatrix} -3 \\ 4 \\ -6 \end{pmatrix}$ und $\vec{b} = \begin{pmatrix} 4 \\ -3 \\ -4 \end{pmatrix}$

b) Die Geraden g: $\vec{x} = \begin{pmatrix} 5 \\ 3 \\ -3 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ -4 \end{pmatrix}$ $\qquad$ h: $\vec{x} = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}$

c) Die Ebenen $E_1: 2x_1 - 4x_3 = 7$ $\qquad E_2: 8x_1 + 11x_2 + 4x_3 = 0$

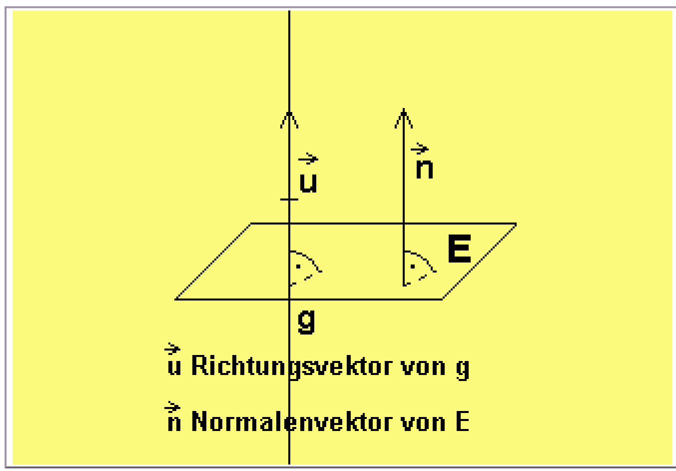
2. Aufgabe:

Zeige: Die Gerade g: $\vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 5 \\ 7 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} -3 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix}$ schneidet die Ebene

$E: 3x_1 - 2x_2 + 2x_3 = 4$ nicht rechtwinklig.

Mit anderen Worten: g ist weder parallel noch senkrecht zu E.

Aufgabe3: Bestimme die Gleichung der Ebene durch P(3|-7|11) mit dem Normalenvektor $n = \begin{pmatrix} 2 \\ -5 \\ 0 \end{pmatrix}$!



Aufgabe 4: Gegeben Ebene E und Punkt P (beliebig).
Gesucht Gerade g senkrecht zu E durch P.

Beispiel $E: 2x_1 - 7x_3 = 25$, P(0|8|-11)

Aufgabe5: Umgekehrt: Gegeben Gerade g und Punkt P.
Gesucht Ebene E senkrecht zu g durch P.

Beispiel: g: $\vec{x} = \begin{pmatrix} -3 \\ 1 \\ -5 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}$, P(1|2|-3)

Aufgabe 6: Gegeben ist die Ebene E in Normalenform. Schreibe sie in die Koordinatengleichung um.

$$E:\ \left(\vec{x} - \begin{vmatrix} 1 \\ -2 \\ 3 \end{vmatrix}\right) \cdot \begin{vmatrix} 2 \\ -6 \\ 3 \end{vmatrix} = 0$$

Lösungen

33. Lektion: Betrag, Winkel

Aufgabe 1: Berechne den Betrag des Vektors.

a) $\begin{vmatrix} 4 \\ 3 \end{vmatrix},\ \begin{vmatrix} 6 \\ 2,5 \end{vmatrix},\ \begin{vmatrix} 4,8 \\ 1,4 \end{vmatrix},\ \begin{vmatrix} 1 \\ 2 \end{vmatrix},\ \begin{vmatrix} -2 \\ 6 \end{vmatrix}$

b) $\begin{vmatrix} -1 \\ 2 \\ -2 \end{vmatrix},\ \begin{vmatrix} 2 \\ -3 \\ 6 \end{vmatrix},\ \begin{vmatrix} -2 \\ -6 \\ 9 \end{vmatrix},\ \begin{vmatrix} -3 \\ -4 \\ 12 \end{vmatrix},\ \begin{vmatrix} 1 \\ -2 \\ 3 \end{vmatrix}$

Aufgabe 2: Berechne den Winkel, den die Vektoren einschließen:

a) $\vec{a} = \begin{vmatrix} 4 \\ 3 \end{vmatrix}\quad \vec{b} = \begin{vmatrix} 12 \\ -5 \end{vmatrix}$ b) $\vec{a} = \begin{vmatrix} 2 \\ -4 \\ 1 \end{vmatrix}\quad \vec{b} = \begin{vmatrix} 3 \\ 2 \\ 5 \end{vmatrix}$

Aufgabe 3: Berechne die Innenwinkel des Dreiecks A(1|-2|1)B(-3|1|4)C(5|-2|1)

Aufgabe 4:

Berechne jeweils den eingeschlossenen Winkel

a) der Geraden g: $\vec{x} = s\cdot\begin{vmatrix} -2 \\ 6 \\ 3 \end{vmatrix}$ und h: $\vec{x} = \begin{vmatrix} -2 \\ 6 \\ 3 \end{vmatrix} + t\cdot\begin{vmatrix} 9 \\ -6 \\ 2 \end{vmatrix}$

Schnittpunkt ist offensichtlich S(-2|6|3) [s=1, t=0]

b) der Ebenen E_1: $3x_1 + 4x_2 - 12x_3 = 0$ und E_2: $2x_1 + 14x_2 - 5x_3 = 9$

c) der Geraden g und der Ebene E_1 (von Teil a und b)

Lösungen

34. Lektion: Abstand Punkt-Ebene

Aufgabe: Berechne den Abstand d(P,E) für

E: $2x_1 - x_2 - 5x_3 = 3$ und P(-1|2|1)

Berechne den Abstand auch ohne die Hessesche Normalenform von E!

Lösungen

35. Lektion: Abstand Punkt-Gerade

Aufgabe: Berechne den Abstand d(P,g) für

g: $\vec{x} = \begin{vmatrix} 4 \\ 2 \\ 1 \end{vmatrix} + t\cdot\begin{vmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{vmatrix}$ P(4|6|2)

Lösungshinweis (ein Trick) und Lösung

36. Lektion: Abstand zweier windschiefer Geraden

Ein schwierigeres Thema.

Aufgabe:

Berechne den Abstand der windschiefen Geraden:

g: $\vec{x} = \begin{vmatrix} 8 \\ 8 \\ 5 \end{vmatrix} + s\cdot\begin{vmatrix} 3 \\ 2 \\ 2 \end{vmatrix}$ und h: $\vec{x} = \begin{vmatrix} 7 \\ 2 \\ 10 \end{vmatrix} + t\cdot\begin{vmatrix} 3 \\ 3 \\ 4 \end{vmatrix}$

Lösung

37. Lektion: Spiegelung an einer Ebene

Eine Anwendung zur Grundaufgabe "Gerade durch einen Punkt senkrecht zu einer Ebene"

Aufgabe: Spiegle an der Ebene E:$x_1 - 2x_2 + x_3 = 7$

a) den Punkt P(5|-5|4)

b) die Gerade g: $\vec{x} = \begin{vmatrix} 5 \\ -5 \\ 4 \end{vmatrix} + t\begin{vmatrix} 1 \\ 1 \\ -5 \end{vmatrix}$

c) die Ebene E*: $x_1 + x_2 - 5x_3 = 1$

Lösungen

38. Lektion: Spiegelung an einer Geraden

Lösbar mit demselben Trick wie in der Grundaufgabe "Abstand eines Punktes von einer Geraden"

Aufgabe:

Spiegle den Punkt P(1|8|4) an der Geraden $\vec{x} = \begin{vmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{vmatrix} + t \cdot \begin{vmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{vmatrix}$

Lösungen

41. Lektion: vorgegebene Abstände einhalten

Aufgabe:

a) Bestimme die Punkte auf g: $\vec{x} = \begin{vmatrix} 2 \\ -1 \\ 3 \end{vmatrix} + t \begin{vmatrix} -2 \\ 1 \\ 2 \end{vmatrix}$,

die vom Punkt P(2|-1|3) den Abstand 5 haben.

b) Bestimme die zu E: $x_1 - 2x_2 + 2x_3 = 5$ parallelen Ebenen, die

von E den Abstand 5 haben.

Lösungen

42. Lektion: Projektionen

1. Aufgabe:

Projiziere die Gerade g: $\vec{x} = \begin{vmatrix} 4 \\ 3 \\ 4 \end{vmatrix} + s \begin{vmatrix} 2 \\ 1 \\ 6 \end{vmatrix}$

(senkrecht) in die x_1x_2- Ebene. Zeichne g und die Projektionsgerade g'.

2. Aufgabe:

Projiziere die Gerade g: $\vec{x} = \begin{vmatrix} 5 \\ 5 \\ 4 \end{vmatrix} + s \begin{vmatrix} 1 \\ 1 \\ 4 \end{vmatrix}$

(senkrecht) in die Ebene $x_1 + x_2 + x_3 = 5$

Lösungen

43. Lektion: Die winkelhalbierenden Geraden zweier Geraden

Aufgabe:

Berechne die beiden winkelhalbierenden Geraden der Geraden

g: $\vec{x} = \begin{vmatrix} 5 \\ 5 \\ 5 \end{vmatrix} + s \begin{vmatrix} 2 \\ 1 \\ 2 \end{vmatrix}$ und h: $\vec{x} = \begin{vmatrix} 5 \\ 5 \\ 5 \end{vmatrix} + s \begin{vmatrix} 3 \\ 4 \\ 0 \end{vmatrix}$

Lösungen

44. Lektion: Die winkelhalbierenden Ebenen zweier Ebenen

Aufgabe:

Berechne die beiden Winkelhalbierenden der Ebenen:

E_1: $2x_1 + x_2 + 2x_3 = 0$ und E_2: $3x_1 + 4x_2 = 6$

Lösungen

51. Lektion: Die Tangente an eine Kugel

In den Standards der Gymnasien von Baden-Württemberg ist die Kugelgleichung nicht enthalten. (Auch bisher war die Kenntnis der Kugelgleichung bei vielen Problemen eine Kugel betreffend nicht erforderlich.) Die folgenden Aufgaben sind deshalb nur Anwendung des bisher Gelernten.

1. Aufgabe: Zeige B(3|0|4) ist ein Punkt der Kugel mit Mittelpunkt M(1|-2|3) und Radius r = 3 LE.

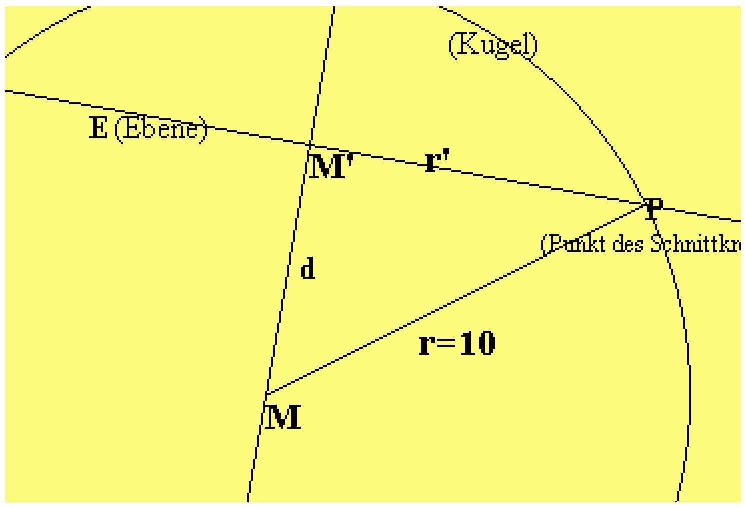
Die Tangente T ist die Ebene durch B senkrecht zu MB. Gib Ihre Gleichung an!

2. Aufgabe: Bestimme die Tangenten an die Kugel um M(-4|3|4) mit Radius r = 5 LEsamt Berührpunkten, die parallel zur Ebene E: $-6x_1 + 3x_2 + 2x_3 = 41$ ist. (Achtung: Brüche!)

Lösungen

52. Lektion: : Mittelpunkt und Radius des Schnittkreises von Kugel

und Ebene

	**Aufgabe:** Die Ebene E: $2x_1 - 2x_2 + x_3 = 19$ schneidet die Kugel um M(1|1|1) in einem Kreis, den **Schnittkreis**. Bestimme an Hand der nebenstehenden Figur den Mittelpunkt M' und den Radius r' des Schnittkreises. [Lösung]

Alle Aufgaben sind **Basisaufgaben**. Die meisten davon solltest Du ohne Nachdenken lösen können.

Wenn Du dann bei den Abituraufgaben die Rechnung auf diese Grundaufgaben zurückführen kannst und deren Lösung für Dich reine Routine sind, dann ist Dir in der Geometrie nach all meinen Erfahrungen eine gute Note, sogar eine sehr gute, ziemlich sicher.

Und: Durch die Verbesserung Deines Anschauungsvermögens kannst Du je nach Anforderung besser einparken, besser Geräte wieder zusammensetzen, besser operieren und so weiter.

Und: Wenn Du gelernt hast, Probleme zu analysieren und durch Zurückführen auf gelöste Standardfragen leichter zu bewältigen,wirst Du komplizierten Situationen - privat oder beruflich - besser gewachsen sein und ein geschätzterer Partner, Chef oder Mitarbeiter werden.