

Wilfried Neumaier:

Was ist ein Tonsystem?« Frankfurt am Main - Bern - New York: Lang 1985.

Rezension von Guerino Mazzola

Wilfried Neumaiers Dissertation will in einer »historisch-systematischen Theorie« die abendländischen Tonsysteme seit ihren Anfängen bei Aristoxenos, Eukleides und Ptolemaios mit den Mitteln der »modernen Algebra« darstellen. Neumaiers Unternehmen ist anspruchsvoll: Es soll eine »exakte musikalische Theorie ( der Tonsysteme) ohne physikalische oder mathematische Vorherrschaft« aufgebaut werden, in welcher die historischen Tonsystemtheorien dialektisch, nämlich als Momente einer umfassenden Synthese, i.e. dem vorliegenden Werk, aufgehoben sind. Die durchgehend sorgfältige Darstellung hat offenbar das Ziel, Nichtmathematiker anzusprechen und präsentiert sich zweigespalten: die mathematisch-formale Exaktheit bleibt unter dem Strich des Lauftextes, in ausführliche Fußnoten gebannt, um die »Gefahr einer mathematischen Überfremdung« (sie!) abzuwenden. Wer einen lesbaren und präzisen Text zur Frühgeschichte und Darstellung der abendländischen Tonsysteme sucht, wird mit diesem Werk über eine ausgezeichnete Referenz verfügen. Wer aber die Einlösung der genannten Ansprüche erwartet, erfährt einen zwiespältigen Eindruck, da, wie im folgenden dargelegt, sowohl die axiomatische Fundierung als auch die Adäquatheit des mathematischen Apparats historisch und sachlich nicht greifen können. Methodologisch gesehen ist Neumaiers Ansatz der mathematischen Axiomatik nach Euklid verpflichtet. Es wird eine Reihe von Axiomen zu einem kleineren Repertoire von Grundbegriffen gefügt. Um ein unmittelbar einsichtiges Fundament zu legen, das die Gefahr einer mathematischphysikalischen Überfremdung abwendet, geht der Autor von der musikalischen Hörerfahrung aus und setzt an mit den Grundbegriffen: Ton, Tonparameter wie Tonhöhe usw., und Intervall (vom ersten Ton zum zweiten). Dabei ist ein Ton als » voll parametrisiertes Tonereignis«, wie wir es eben realiter hören, aufgefaßt und hat neben Tonhöhe auch Einsatzzeit, Dauer, Lautstärke und Klangfarbe als Bestimmungsstücke. Dieser Ansatz ist musikpsychologisch unhaltbar und in Wirklichkeit der vom Autor zu vermeidende physikalische. Denn Tonhöhe existiert in der Hörerfahrung nur als keineswegs harmlose Relation zwischen Tönen (und nicht als Merkmal). Insbesondere ist sie keine Äquivalenzrelation, denn Tonhöhenunterschiede zwischen den Tönen A und B, resp. B und C implizieren keineswegs, daß A und C notwendig als gleich hoch gehört werden, das Stichwort »Metamerie« aus der Informationstheorie Meyer-Epplers möge genügen. Und falls die Einsatzzeiten zweier Töne um eine Stunde differieren, ist die Frage nach einer Tonhöhenrelation durch Hörerfahrung und ohne physikalische Hilfsgeräte nicht entscheidbar. Im »Tonhöhenaxiom« wird nun gefordert, daß eine binäre Relation »höher als« zwischen den Tönen existiert, derart, daß von zwei Tönen verschiedener Tonhöhen stets genau einer höher ist als der andere. Aus den eben genannten Gründen ist auch dieses Axiom musikpsychologisch unhaltbar (und physikalisch trivial). Töne können in der Hörerfahrung höchstens dann bezüglich ihrer Höhenrelation verglichen werden, wenn die anderen Parameter nicht zu sehr differieren. Der Intervallbegriff geht dann dahin, jedem geordneten Paar (A, B) von Tönen das mit A-B bezeichnete Intervall zuzuordnen. Der Zweck dieser axiomatischen Konstruktion ist offenbar, mathematisch vom Boden abzuheben durch die Möglichkeit, Intervalle A-B und B-C durch die Regel  $(A-B)+(B-C) = A-C$  addieren und damit Arithmetik treiben zu können. Die Prim ist hier das Intervall A -B, sobald A und B die gleiche Tonhöhe haben. Sie spielt die Rolle einer Null für die Addition. Auch dem widerspricht die Hörerfahrung, denn die Summe A-C zweier Primen A-B und B-C braucht nach obiger Bemerkung keine Prim zu sein. Abgesehen davon scheint der Intervallbegriff nicht unabhängig von den Parametern der Zeit zu sein. Er klingt etwa A vor B, dann ist das Intervall wohl 170 B-A; oder aber A-B ? Und wenn A und B gleichzeitig erklingen, und wir keinen kontrapunktischen Kontext vorlegen, der einen cantus firmus zu einem Diskant hin als Intervallvektor definiert, dann läßt sich weder für A-B noch für B -A entscheiden. In dieser Hinsicht weniger schief, wenn auch hörpsychologisch nicht evident, erscheint ein im Anhang präsentiertes alternatives und eleganteres Axiomensystem nach Joachim Mohr. Dieses verzichtet auf den Intervallbegriff als Grundbegriff und fordert stattdessen eine Gruppe von Permutationen der Tonmenge, die darauf modulo Tonhöhenäquivalenz einfach transitiv und ordnungserhaltend

operiert. Eine solche Permutation spielt die Rolle einer Transposition von Tönen um ein festes Intervall. Es wird gezeigt, daß jede Bahnenabbildung dieser Gruppe auf die Menge der Tonhöhen (= Menge der Tonhöhenäquivalenzklassen) ein Isomorphismus linear geordneter Mengen ist, so daß (die archimedisch geordnete) Gruppe von Transpositionen nach einem bekannten Satz von Hölder in die additive Gruppe der reellen Zahlen eingebettet werden kann. Das als hörpsychologisch ausgegebene Axiomensystem von Neumaier ist auf einer Abstraktionsstufe realisiert, die einen Idealtypus von Hörer voraussetzt, der nur als beliebig präzise, physikalische Mess- und Aufzeichnungsapparatur bezeichnet werden kann. Die mathematischen Strukturen, auf denen das vorgelegte System baut, sind auf der symbolischen Ebene der Musik durchaus diskutabel, als Reflexion musikpsychologischer und hörpsychologischer Wirklichkeit aber eine *petitio principii*. Die vorliegende mathematische Analyse wird als einzig mögliches formales Korrelat zur » Wirklichkeit des Hörens« empfohlen, welchem somit ein ontologischer Anspruch anhaftet: so und nicht anders muß über Töne exakt gesprochen werden. Diese Haltung reflektiert präzise die dogmatische Perspektive *sub specie aeternitatis* des Mittelalters, wo das Musikwerk als *accidens* im unverrückbaren göttlichen Tonsystem erschien. Die Renaissance hat nicht nur die Relativität visueller und weltanschaulicher Perspektiven entdeckt, sondern analog den Werkbegriff als Relativierung musikalischer Perspektive in den Mittelpunkt gerückt. Neumaiers Arbeit ist so gesehen ein Versuch zur Rehabilitation einer historischen Position, worin sich alles Musikdenken in einem festen formalen System abzuspielen hätte. 1 71 Das wird am deutlichsten sichtbar im verwendeten mathematischen Apparat, der weniger in der modernen Algebra als in der elementaren Mengenlehre der Jahrhundertwende angesiedelt ist. So wird die Arbeit über Gruppen in der Klassifikationstheorie musikalischer Strukturen von Halsey und Hewitt (1 978) abgelehnt, weil die dort betrachteten abelschen Gruppen für Neumaier zu speziell oder zu umständlich und jedenfalls musikalisch bedeutungslos sind. Keiner der drei Kritikpunkte greift indes: Erstens führen Klassifikationsfragen musikalischer Strukturen auf relativ allgemeine (endlich erzeugte) abelsche Gruppen, sobald Periodizitäten in den Parametern zur Diskussion stehen. Dies betrifft insbesondere Akkorde, Skalen, Rhythmen, Motive usw. Zweitens kann eine Theorie, die zutrifft, nur für den zu umständlich sein, der ihr nicht gewachsen ist. Und drittens steht die Gesamtheit musikalisch bedeutungsfähiger mathematischer Strukturen nicht fest. Beispielsweise wurden vom Rezensenten schon seit 1980 Modelle zur Tonartenmodulation, zum klassischen Kontrapunkt und zur Streichquartett-Theorie betrachtet, denen das mathematische Gerüst des Neumaierschen Systems nicht genügt. Aber auch hinsichtlich des historisch belegten musikwissenschaftlichen Denkens ist es nicht angebracht, Tonsysteme nur durch eine Tonhöhen Gerade, auf der man gerade noch transponieren darf, zu beschreiben. Zum einen sind andere Symmetrien wie Spiegelungen (Umkehr) oder Drehungen (Krebsumkehr in der Ebene von Tonhöhe und Einsatzzeit) historisch bedeutsam; die Einschränkung auf die Transpositionsgruppe ist selbst schon eine historisch überholte Fixierung. Und zum anderen wird die Darstellung der Intervalle in einer Zahlengeraden als eindimensionalem reellen Vektorraum nicht jenem Denken gerecht, das mit Euler die Oktav-Terz-Quint-Stimmung als ein dreidimensionales Gitter über der Oktav, der großen Terz und der Quint als linear unabhängige Vektoren auffaßt. Diese Gitarrendarstellung ist nur gerechtfertigt, wenn man zu Modulen über den ganzen Zahlen übergeht, worüber  $\log(2)$ ,  $\log(3)$  und  $\log(5)$  linear unabhängig sind. Und dann ist die lineare Anordnung von Tonhöhen auch nicht die adäquate mathematische Sprache. Zusammenfassend kann diese Arbeit als mathematisch sorgfältig und historiographisch wertvoll beurteilt werden, während weder die hörpsychologische Begründung der Axiomatik noch der Anspruch auf umfas1 72 sende oder zeitgenössische mathematische Sprache zur Beschreibung von Tönen und ihrer Systeme eingelöst werden. Der Versuch, die symbolischen, psychologischen und physikalischen Ebenen musikalischer Realität zu versöhnen, kann nicht darin bestehen, die physikalische mit Hilfe der symbolischen in die psychologische Ebene hineinzuschmuggeln.

Guerino Mazzola